

知的好奇心をくすぐる(!?)教材33

『掛け算九九に潜む性質を発見するための、色の工夫』

★新学習指導要領に「学習し身に付けたものを、日常生活や他教科等の学習、より進んだ算数・数学の学習へ活用していくことを重視する。」とあります。ここでは、『掛け算九九』という学習し身に付けたものを、より進んだ算数・数学の学習へ活用していくために、色の工夫をした教材を紹介します。

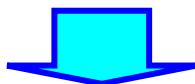
★平成20年度 愛媛県総合教育センターの研究紀要

「算数・数学における知識・技能を活用する力を育てる教材の研究

— 小・中・高等学校の縦断的な「つまずき」要因の分類を通して —

の2(3)に掲載している内容と一部重複します。

★平成22年度に行われた第50回愛媛県高等学校教育研究大会数学部会の研究発表要項51ページに、第92回全国算数・数学教育研究(新潟)大会記念講演で、古藤怜氏(上越教育大学名誉教授)が「豊かな発想をはぐくむための実践例の1つ」として示されたことと関連のある内容です。



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

普通の掛け算九九の表では、

- ・ 九九は81個あるが、答えは36種類である。
- ・ 9の段の、一の位と十の位の和は、すべて9である。

などの性質を発見できると思います。

そこで、今度は、この掛け算九九の表に色を工夫して塗り、その塗った表から掛け算九九に潜む性質について考えます。

① -1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

掛け算九九の表に、左図のような色の塗り方をします。何か、気付くことはないでしょうか？

① - 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

① - 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

① - 4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

① - 5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

① - 6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

このように、部分的に見て、

何か、気付くことはないでしょうか？

① - 2'

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

① - 3'

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

① - 4'

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

① - 5'

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

① - 6'

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

青枠の4つの数を見て、

何か、気付くことはないでしょうか？

その一つとして、

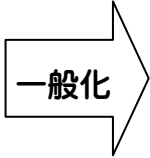
同色の4つの数の和は
100 (25×4) である！



同色の4つの数の和は
 $4n^2$ である！

掛け算九九の表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81



掛け算 ニエヌ-1 ニエヌ-1 の表

	1	$n-k$	n	$n+k$	$2n-1$
1	1				
$n-k$			a		
n		c	n^2	b	
$n+k$			d		
$2n-1$					$(2n-1)^2$

$$a+b+c+d=(n-k)n+n(n+k)+n(n-k)+(n+k)n$$

$$= 4n^2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81



	1	$n-k$	n	$n+k$	$2n-1$
1	1				
$n-k$		a		b	
n			n^2		
$n+k$		c		d	
$2n-1$					$(2n-1)^2$

$$a+b+c+d=(n-k)^2+(n-k)(n+k)+(n+k)(n-k)+(n+k)^2$$

$$= 4n^2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81



	1	$n-k$	$n-k+l$	n	$n+k-l$	$n+k$	$2n-1$
1	1						
$n-k$					b		
$n-k+l$		a					
n				n^2			
$n+k-l$						d	
$n+k$			c				
$2n-1$							$(2n-1)^2$

$$a+b+c+d=(n-k+l)(n-k)+(n-k)(n+k-l)$$

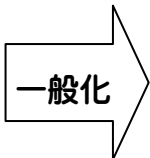
$$+(n+k)(n-k+l)+(n+k-l)(n+k)$$

$$=(n-k)^2+(n+k)^2+2(n-k)(n+k)$$

$$=\{(n-k)+(n+k)\}^2$$

$$=4n^2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81



上のことを活用すると、

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

紫, 赤, 橙, 黄, 黄緑 の色ごとの数の和は
25, 100×2 , 100×4 , 100×6 , 100×8 なので、

掛け算九九の表に書かれてある81個の数の和は
 $25 + 100 \times 2 + 100 \times 4 + 100 \times 6 + 100 \times 8$
 $= 25 + 200 + 400 + 600 + 800$
 $= 2025$ である。

など、他にも気付くことがあると思います。

他にも、基本的な性質等について、色の塗り方を変えて考えてみます。

②

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

掛け算九九の表に、左図のような色の塗り方をすると、

- 乗数が1増えれば積は被乗数分だけ増える。
- 例 (7の段) = (3の段) + (4の段)
 $7 \times 8 = (3+4) \times 8$
 $= 3 \times 8 + 4 \times 8$

のように、分配法則 $(a+b)c = ac + bc$

などの性質を発見するときのヒントになると考えます。

③

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

掛け算九九の表に、左図のような色の塗り方をすると、

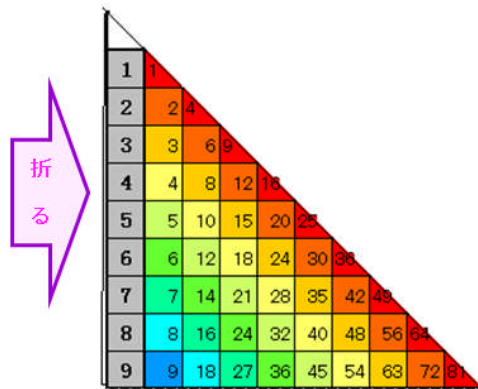
- 被乗数が1増えれば積は乗数分だけ増える。
- 例 $7 \times 8 = 7 \times (3+5)$
 $= 7 \times 3 + 7 \times 5$

のように、分配法則 $a(b+c) = ab + ac$

などの性質を発見するときのヒントになると考えます。

④

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

掛け算九九の表に、上図のような色の塗り方をすると、

対称性に気付き、

- 例 $3 \times 8 = 8 \times 3$ のように、交換法則 $ab = ba$

などの性質を発見するときのヒントになると考えます。

⑤

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

掛け算九九の表に、左図のような色の塗り方をすると、

- ・ 右上がりに見ると、
青系の色の数は偶数であり、
赤黄系の色の数は奇数と偶数が交互である。

などの性質を発見するときのヒントになると考えます。

⑥

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

掛け算九九の表に、左図のように色を□の枠部分に塗ると、

- ・ 次の長方形状において

$$\begin{array}{ccc} \boxed{a} & \cdots & \boxed{b} \\ \vdots & & \vdots \\ \boxed{c} & \cdots & \boxed{d} \end{array} \quad \begin{array}{l} a=mn, b=ms, c=rm, \\ d=rs \text{ とおくと、} \\ ad=mn \times rs = mnrs \\ bc=ms \times rn = mnrs \end{array}$$

よって $ad=bc \quad \therefore ad-bc=0$

連立方程式 $\begin{cases} ax+by=t \\ cx+dy=u \end{cases}$ を、
 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ u \end{pmatrix}$ と行列を用いて解くとき、
 行列式 $\Delta = ad - bc = 0$ の場合
 (解をもたない または、無数の解をもつ)
 と同じ考え方 (比の考え方) である。

- ・ 次の正方形状において

$$\begin{array}{ccc} \boxed{a} & \cdots & \boxed{b} \\ \vdots & & \vdots \\ \boxed{c} & \cdots & \boxed{d} \end{array} \quad \begin{array}{l} N=pq, a=(p-k)(q-k) \text{ とおくと、} \\ b=(p-k)(q+k), c=(p+k)(q-k), \\ d=(p+k)(q+k) \text{ となる。} \end{array}$$

よって $a+b+c+d = \dots = 4pq = 4N$
 $\therefore a+b+c+d = 4N$

などの性質を発見するときのヒントになると考えます。

⑦

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

掛け算九九の表に、左図のような色の塗り方をすると、

- ・ 紫、赤、橙、黄、黄緑、緑、水、青、紺の色ごとの数の和は、
1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729 つまり、
 $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, 6^3, 7^3, 8^3, 9^3$ である。

などの性質を発見するときのヒントになると考えます。

※ 知的好奇心をくすぐる(!?) 教材30を参照してください。

⑧

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

掛け算九九の表に、左図のような色の塗り方をすると、
どのような性質を発見できるでしょうか？

他にも、色の塗り方を工夫して、
掛け算九九に潜む性質を発見してみてください。

この他にも、色の工夫によって発見できる教材を考えてみませんか？