

知的好奇心をくすぐる(!?)教材32

『(10以下の実数) × (10以下の自然数)の結果に潜む 図形的な美しさ(掛け算九九の一の位の規則性を含む)』

小・中・高等学校の縦断的な「つまずき」要因の分類(H20年度愛媛県総合教育センター研究紀要[数学]に掲載)を踏まえた教材の紹介です。

円周の長さが10の円を10等分し、0~9までの数をかく。(10の環をつくる)

n を9以下の自然数とし、 $n \times 1, n \times 2, n \times 3, \dots, n \times 9, n \times 10$ の結果の**一の位数**(掛け算九九表に書かれてある数の**一の位数**)にあたる点を円周上にとり、その点を順に結んでできる図形を考えます。

例えば、 $n = 4$ の場合、

掛け算九九の「4の段」を考えて、

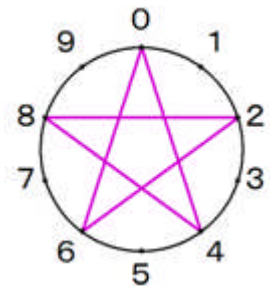
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40

よって、**一の位数**は、順に

4, 8, 2, 6, 0, 4, 8, 2, 6, 0

円周上に、この数にあたる位置に点をとって、順に

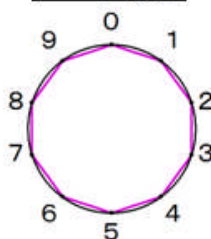
結んで図形をつくると、右図のようになります。(美しい!)



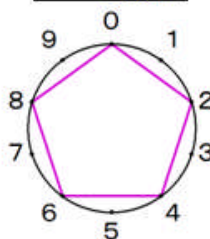
他の場合においては、「 n の段」の結果を表にまとめてから、同様に図形をつくりました。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	周期
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	10
2	2	4	6	8	0	2	4	6	8	0	5
3	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0	10
4	4	8	2	6	0	4	8	2	6	0	5
5	5	0	5	0	5	0	5	0	5	0	2
6	6	2	8	4	0	6	2	8	4	0	5
7	7	4	1	8	5	2	9	6	3	0	10
8	8	6	4	2	0	8	6	4	2	0	5
9	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	10

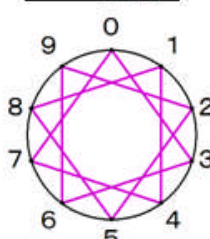
1の段
9の段



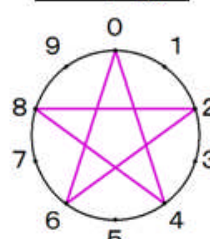
2の段
8の段



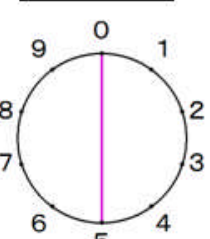
3の段
7の段



4の段
6の段



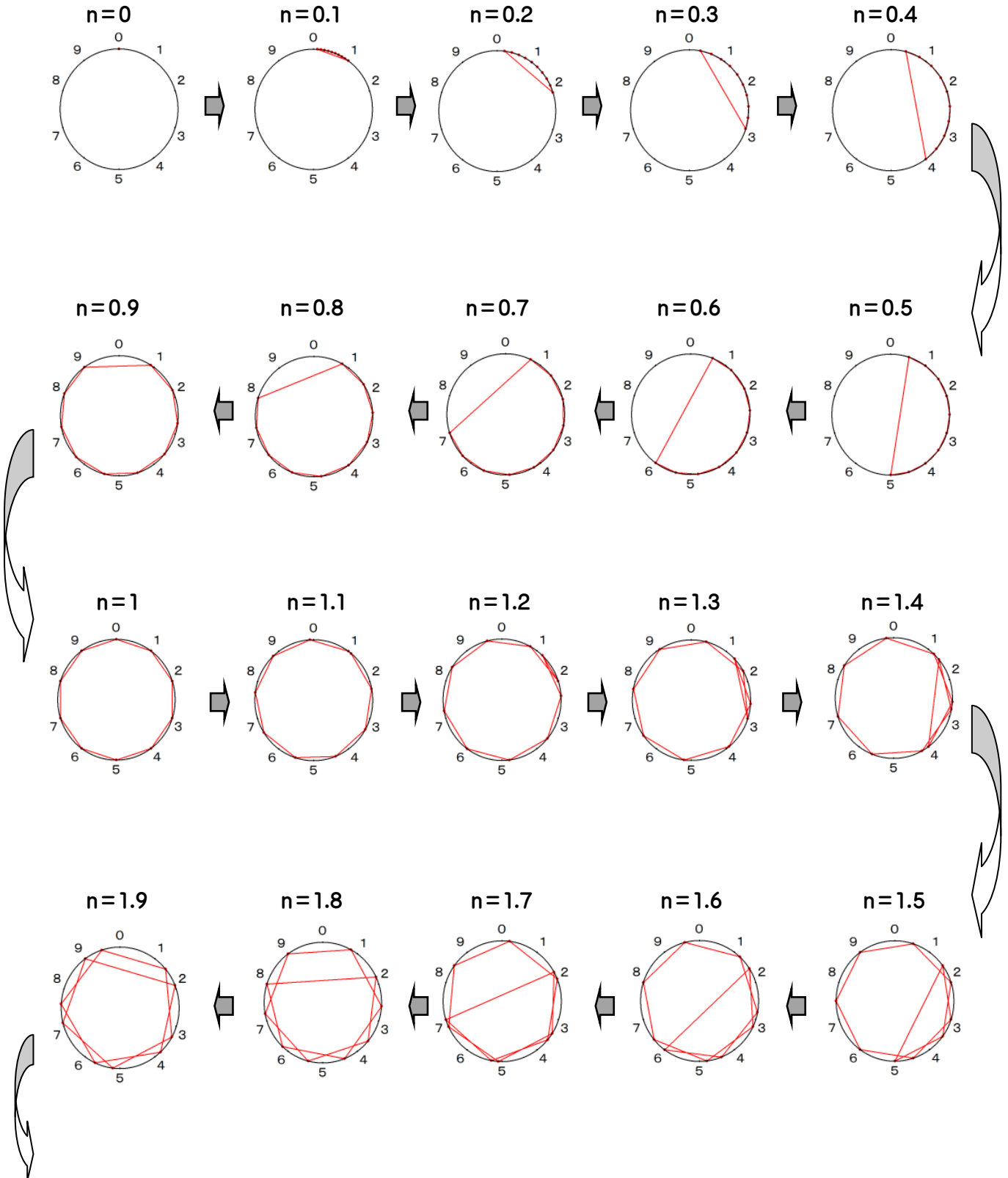
5の段

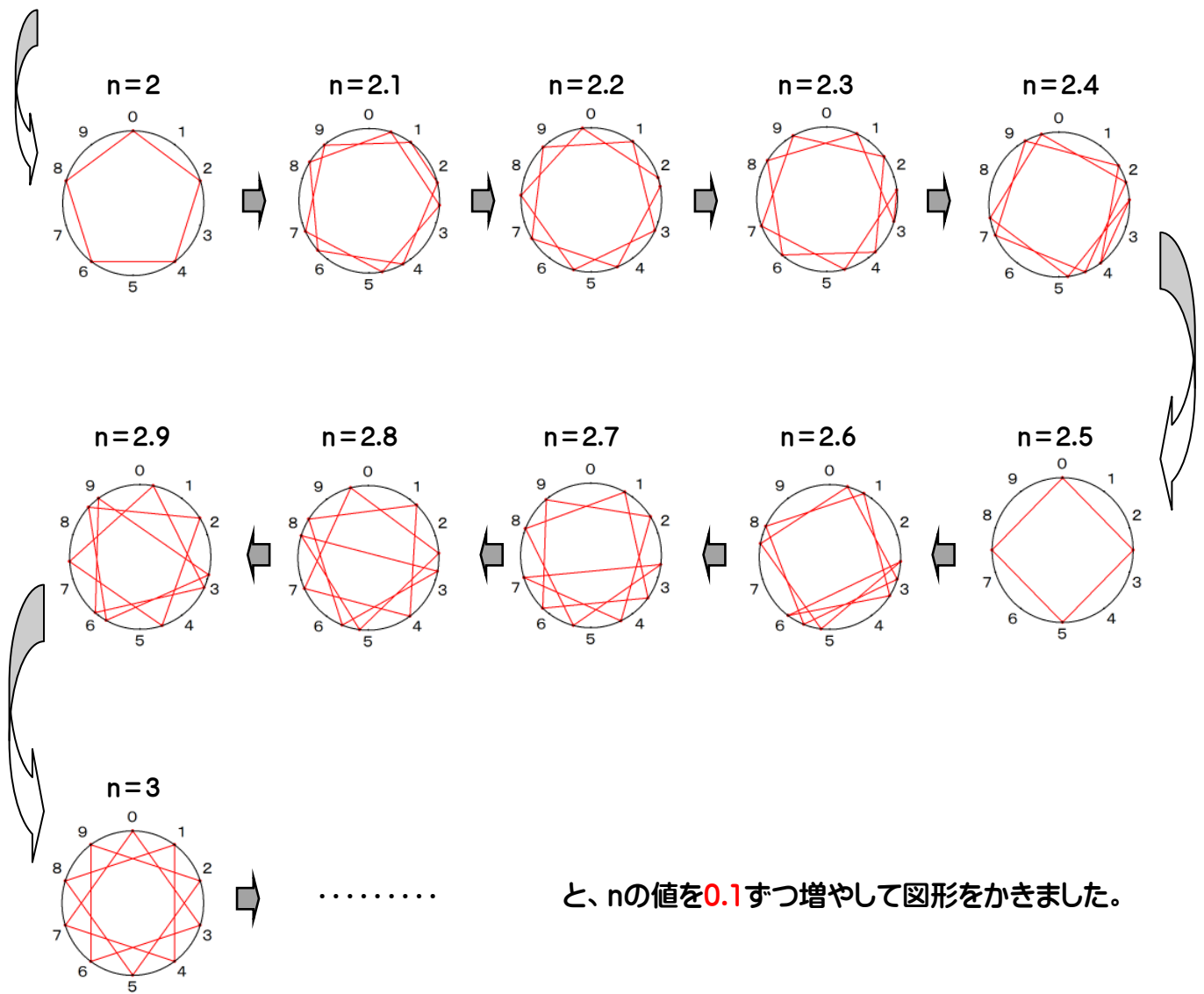


更に、探究します。

円周の長さが10の円を10等分し、0～9までの数をかく。(10の環をつくる)

n を10以下の**実数**とし、 $n \times 1, n \times 2, n \times 3, \dots, n \times 9, n \times 10$ の結果の**一の位と小数の部分の数**(43.75なら、3.75)にあたる点を円周上にとり、その点を順に結んでできる図形を考えます。

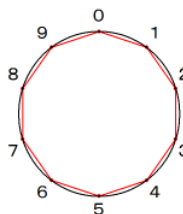




実際に、関数グラフソフトGRAPES(フリーソフト)等を使って、
 連続した動きが見えるように n の値を0.01ずつ増やすと、
 その図形の変化から規則性も見えてきます。
 (関数グラフソフト等を使って、この図形を各自で作ってください。)

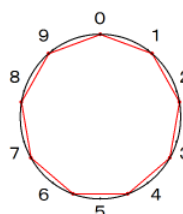
次に、この図形が**正多角形**になるときを考えます。

$$n = \frac{10}{10} = 1 \text{ のとき}$$



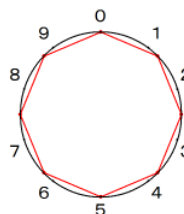
正10角形

$$n = \frac{10}{9} = 1.111\dots \text{ のとき}$$



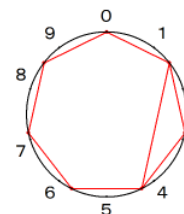
正9角形

$$n = \frac{10}{8} = 1.25 \text{ のとき}$$



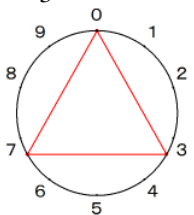
正8角形

$$n = \frac{10}{7} = 1.4285414\dots \text{ のとき}$$



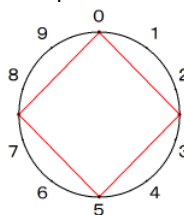
正7角形

$$n = \frac{10}{3} = 3.333\dots \text{ のとき}$$



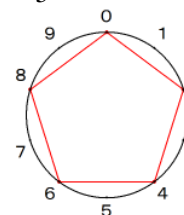
正3角形

$$n = \frac{10}{4} = 2.5 \text{ のとき}$$



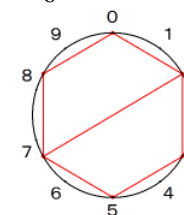
正4角形
(正方形)

$$n = \frac{10}{5} = 2 \text{ のとき}$$



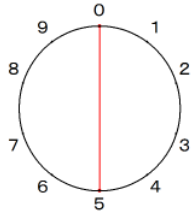
正5角形

$$n = \frac{10}{6} = 1.666\dots \text{ のとき}$$



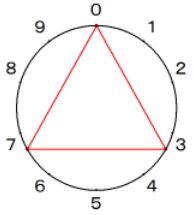
正6角形

$$n = \frac{10}{2} = 5 \text{ のとき}$$



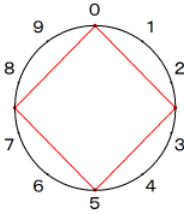
正2角形?

$$n = \frac{20}{3} = 6.666\dots \text{ のとき}$$



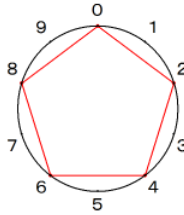
正3角形

$$n = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ のとき}$$



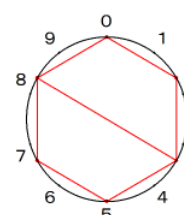
正4角形

$$n = \frac{40}{5} = 8 \text{ のとき}$$



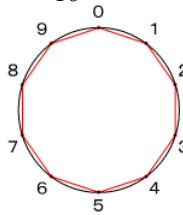
正5角形
(正方形)

$$n = \frac{50}{6} = 8.333\dots \text{ のとき}$$



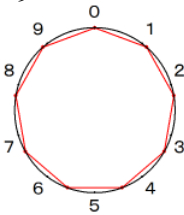
正6角形

$$n = \frac{90}{10} = 9 \text{ のとき}$$



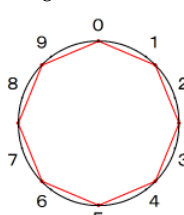
正10角形

$$n = \frac{80}{9} = 8.888\dots \text{ のとき}$$



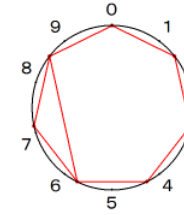
正9角形

$$n = \frac{70}{8} = 8.75 \text{ のとき}$$



正8角形

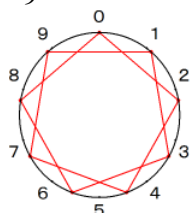
$$n = \frac{60}{7} = 8.5714285\dots \text{ のとき}$$



正7角形

次に、円周上にとる**点が等間隔**で美しい図形となるを考えます。

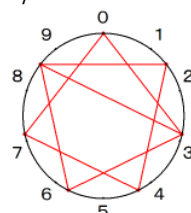
$$n = \frac{20}{9} = 2.222\dots \text{ のとき}$$



9点が等間隔



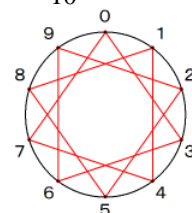
$$n = \frac{20}{7} = 2.8571428\dots \text{ のとき}$$



7点が等間隔



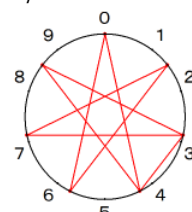
$$n = \frac{30}{10} = 3 \text{ のとき}$$



10点が等間隔



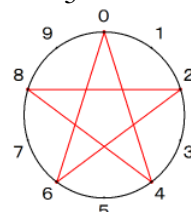
$$n = \frac{30}{7} = 4.2857142\dots \text{ のとき}$$



7点が等間隔



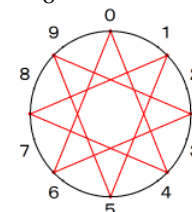
$$n = \frac{20}{5} = 4 \text{ のとき}$$



5点が等間隔



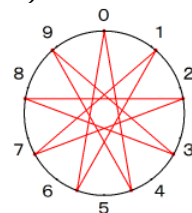
$$n = \frac{30}{8} = 3.75 \text{ のとき}$$



8点が等間隔



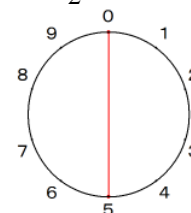
$$n = \frac{40}{9} = 4.444\dots \text{ のとき}$$



9点が等間隔



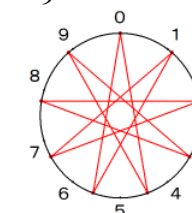
$$n = \frac{10}{2} = 5 \text{ のとき}$$



2点が等間隔



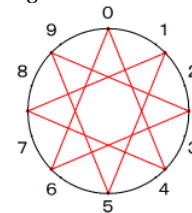
$$n = \frac{50}{9} = 5.555\dots \text{ のとき}$$



9点が等間隔



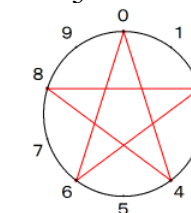
$$n = \frac{50}{8} = 6.25 \text{ のとき}$$



8点が等間隔



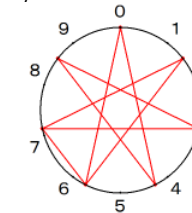
$$n = \frac{30}{5} = 6 \text{ のとき}$$



5点が等間隔



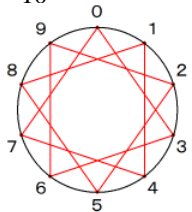
$$n = \frac{40}{7} = 5.7142857\dots \text{ のとき}$$



7点が等間隔



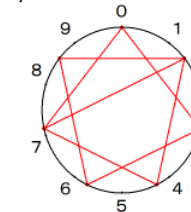
$$n = \frac{70}{10} = 7 \text{ のとき}$$



10点が等間隔



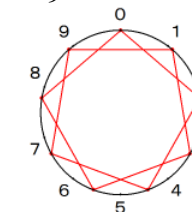
$$n = \frac{50}{7} = 7.1428571\dots \text{ のとき}$$



7点が等間隔



$$n = \frac{70}{9} = 7.777\dots \text{ のとき}$$



9点が等間隔

この他にも、図形的な美しさが潜んでいる教材を探してみませんか？