知的好奇心をくすぐる(!?)教材31

『掛け算十十の表とインド式計算』

小・中・高等学校の縦断的な「つまずき」要因の分類（H20年度愛媛県総合教育センター研究紀要[数学]に掲載）を踏まえた教材の紹介です。

「九九の表」から拡張し、新しい掛け算表「十十の表」の開発

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

開発の動機

- 今後、学習する計算は10進法がほとんどなので、10を基準とした考え方で掛け算を学んでおいた方がよいと思ったため。
- 掛け算九九には、覚えなくても分かる「１の段」があるのだから、同様の理由で「10の段」があってもよいと思ったため。
- 掛け算十十で学んでおけば（10台の自然数）×（10台の自然数）の計算が簡単にできるのではないかと思ったため。

もし、**7×8を忘れてしまったとき、その値をどのようにして求めますか？**

７×８を忘れているということは、７×７や７×９や５×８も忘れている可能性が高いと考えられるので、「７×７＝49，49＋７＝56よって７×８＝56」と求めたり、「７×９＝63，63－７＝56よって７×８＝56」と求めたり、「５×８＝40，40＋８＝48，48＋８＝56よって７×８＝56」と求めたりすることはできにくいと思います。
また、７＋７＝14，14＋７＝21，21＋７＝28，……のように、順番に前の答えに７ずつ足していくという考え方をして求めることもできますが、しかし、これでは時間がかかってしまいます。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

－7　－7

そこで、「掛け算十十」で学習しておけば、７×９を忘れていたとしても７×10の値は分かると思うので、
７×10から７ずつ引いていき、
「７×10＝70，70－７＝63，63－７＝56よって７×８＝56」
と、７×８の値を求めることができます。
この求め方は、「掛け算九九」で学習している場合より、「掛け算十十」で学習している場合の方が思いつきやすいのではないかと考えます。
（もちろん、７×３のように、「７＋７＝14，14＋７＝21よって７×３＝21」と前の答えに７ずつ足していくという考え方をした方が、「７×10＝70，70－７＝63，63－７＝56，……」と70から７ずつ引いていくという考え方をするよりも速く計算できる場合もあります。）

「掛け算九九」をしっかり覚えていれば、「掛け算十十」は無意味に思われるかもしれません。
しかし、「７の段」＝「９の段」－「２の段」等の考え方が「掛け算九九」でも「掛け算十十」でもできることに対して、「７の段」＝「10の段」－「３の段」という考え方は、「掛け算十十」で学習した場合にしか発想できなく、十進位取り記数法の下での**補数**（10に対する７の補数は３）の考えに関連していると考えられます。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

例えば、７×８は、「掛け算十十」で学習していれば、
「７の段」＝「10の段」－「３の段」という考え方をして、
「10×８＝80，３×８＝24，よって７×８＝80－24＝56」
と求めることができるということです。

つまり、**「掛け算十十」で学習することによって、**７×８であれば、
「７×10＝70，70－７＝63，63－７＝56よって７×８＝56」と求めることができたり、
「10×８＝80，３×８＝24，よって７×８＝80－24＝56」と求めることができたりするという、
多様な解き方・考え方ができると思います。

今度は、**（10台の自然数）×（10台の自然数）の計算**として、１７×１８について考えます。

$\boxed{1}$　１７×１８は、筆算では、

```
  １７
 ×１８
 １３６
 １７
 ３０６
```

となりますが、
この計算構造を分かるように書くと、

```
  １７
 ×１８
  ５６    ←   ７×　８
  ８０    ← １０×　８
  ７０    ←   ７×１０
 １００    ← １０×１０
 ３０６
```

となり、
１７×１８＝（５６＋８０）＋（７０＋１００）
という計算構造が見えてきます。

$\boxed{2}$　１７×１８を「掛け算十十」の表で考えると、

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

１７×１８＝５６＋（８０＋７０＋１００）

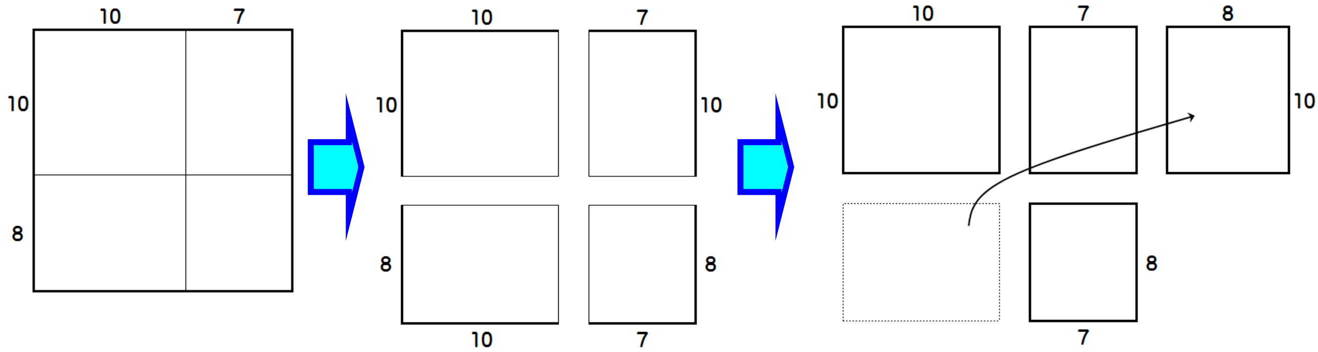
「掛け算十十」を10の段から書いた表で考えると、

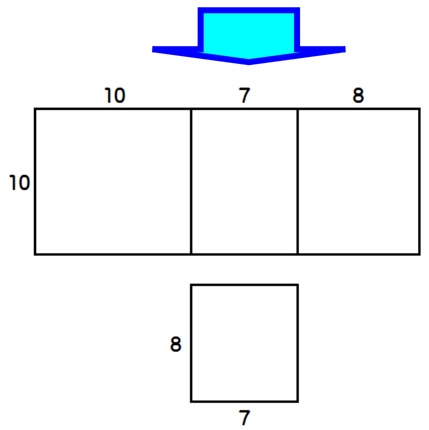
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
10	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10
9	90	81	72	63	54	45	36	27	18	9
8	80	72	64	56	48	40	32	24	16	8
7	70	63	56	49	42	35	28	21	14	7
6	60	54	48	42	36	30	24	18	12	6
5	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
4	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4
3	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3
2	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
1	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

１７×１８＝（１００＋７０＋８０）＋５６

という計算構造が考えられます。

□3　１７×１８を図形（長方形の面積）で考えると、





１７×１８＝（１０＋７＋８）×１０　＋　７×８　・・・①

という計算構造が考えられます。

この計算は、

２ページ目の□2「掛け算十十」を10の段から書いた表で考えたときの

１７×１８＝（１００＋７０＋８０）＋５６　・・・②　　と計算構造がよく似ています。

ところで、インド式計算では、１７×１８を

１７×１８＝（１７＋８）×１０　＋　７×８　・・・③　と計算するそうです。

［ インド式計算というのは、□3のように図形をイメージして考えているそうです。
そのため、　インド式計算の③　は、□3の①と、ほぼ同じ計算構造になっています。 ］

①, ②, ③と、１０を基準とした考え方をしているという点から、

10の段を加えた「掛け算十十」は、インド式計算と大きく関連があると考えます。

つまり、**「掛け算十十」で学習することによって、図形をイメージした捉え方ができやすくなると思います。**

※　他にも、「13の段」＝「９の段」＋「４の段」と考えるよりも、

「13の段」＝「10の段」＋「３の段」と考えた方が自然であるという理由から、

「掛け算九九」よりも、「10の段」を加えた「掛け算十十」で学ぶ方がよいと考えます。

例えば　13×12を

13×12＝(9+4) (7+5)
＝9×7　＋　9×5　＋　4×7　＋　4×5
＝63　＋　45　＋　28　＋　20
＝156　　　　と考えるのはナンセンスで、

13×12＝(10+3) (10+2)
＝10×10　＋　10×2　＋　3×10　＋　3×2
＝100　＋　20　＋　30　＋　6
＝156

と、「10の段」を考えた方が自然であるということです。

※　「掛け算十十」のデメリットなど、十分な考察をしていない点から、多くの反論が予想されますが、何か新しいものを創り出すきっかけになればと思い、この「掛け算十十」を提案しました。

参考　アレイ図としても利用できる掛け算十十表（答え付き）

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1 × 1 = 1	1 × 2 = 2	1 × 3 = 3	1 × 4 = 4	1 × 5 = 5	1 × 6 = 6	1 × 7 = 7	1 × 8 = 8	1 × 9 = 9	1 × 10 = 10
2	2 × 1 = 2	2 × 2 = 4	2 × 3 = 6	2 × 4 = 8	2 × 5 = 10	2 × 6 = 12	2 × 7 = 14	2 × 8 = 16	2 × 9 = 18	2 × 10 = 20
3	3 × 1 = 3	3 × 2 = 6	3 × 3 = 9	3 × 4 = 12	3 × 5 = 15	3 × 6 = 18	3 × 7 = 21	3 × 8 = 24	3 × 9 = 27	3 × 10 = 30
4	4 × 1 = 4	4 × 2 = 8	4 × 3 = 12	4 × 4 = 16	4 × 5 = 20	4 × 6 = 24	4 × 7 = 28	4 × 8 = 32	4 × 9 = 36	4 × 10 = 40
5	5 × 1 = 5	5 × 2 = 10	5 × 3 = 15	5 × 4 = 20	5 × 5 = 25	5 × 6 = 30	5 × 7 = 35	5 × 8 = 40	5 × 9 = 45	5 × 10 = 50
6	6 × 1 = 6	6 × 2 = 12	6 × 3 = 18	6 × 4 = 24	6 × 5 = 30	6 × 6 = 36	6 × 7 = 42	6 × 8 = 48	6 × 9 = 54	6 × 10 = 60
7	7 × 1 = 7	7 × 2 = 14	7 × 3 = 21	7 × 4 = 28	7 × 5 = 35	7 × 6 = 42	7 × 7 = 49	7 × 8 = 56	7 × 9 = 63	7 × 10 = 70
8	8 × 1 = 8	8 × 2 = 16	8 × 3 = 24	8 × 4 = 32	8 × 5 = 40	8 × 6 = 48	8 × 7 = 56	8 × 8 = 64	8 × 9 = 72	8 × 10 = 80
9	9 × 1 = 9	9 × 2 = 18	9 × 3 = 27	9 × 4 = 36	9 × 5 = 45	9 × 6 = 54	9 × 7 = 63	9 × 8 = 72	9 × 9 = 81	9 × 10 = 90
10	10 × 1 = 10	10 × 2 = 20	10 × 3 = 30	10 × 4 = 40	10 × 5 = 50	10 × 6 = 60	10 × 7 = 70	10 × 8 = 80	10 × 9 = 90	10 × 10 = 100

参考　アレイ図としても利用できる掛け算十十表（答えなし）

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1 × 1 =	1 × 2 =	1 × 3 =	1 × 4 =	1 × 5 =	1 × 6 =	1 × 7 =	1 × 8 =	1 × 9 =	1 × 10 =
2	2 × 1 =	2 × 2 =	2 × 3 =	2 × 4 =	2 × 5 =	2 × 6 =	2 × 7 =	2 × 8 =	2 × 9 =	2 × 10 =
3	3 × 1 =	3 × 2 =	3 × 3 =	3 × 4 =	3 × 5 =	3 × 6 =	3 × 7 =	3 × 8 =	3 × 9 =	3 × 10 =
4	4 × 1 =	4 × 2 =	4 × 3 =	4 × 4 =	4 × 5 =	4 × 6 =	4 × 7 =	4 × 8 =	4 × 9 =	4 × 10 =
5	5 × 1 =	5 × 2 =	5 × 3 =	5 × 4 =	5 × 5 =	5 × 6 =	5 × 7 =	5 × 8 =	5 × 9 =	5 × 10 =
6	6 × 1 =	6 × 2 =	6 × 3 =	6 × 4 =	6 × 5 =	6 × 6 =	6 × 7 =	6 × 8 =	6 × 9 =	6 × 10 =
7	7 × 1 =	7 × 2 =	7 × 3 =	7 × 4 =	7 × 5 =	7 × 6 =	7 × 7 =	7 × 8 =	7 × 9 =	7 × 10 =
8	8 × 1 =	8 × 2 =	8 × 3 =	8 × 4 =	8 × 5 =	8 × 6 =	8 × 7 =	8 × 8 =	8 × 9 =	8 × 10 =
9	9 × 1 =	9 × 2 =	9 × 3 =	9 × 4 =	9 × 5 =	9 × 6 =	9 × 7 =	9 × 8 =	9 × 9 =	9 × 10 =
10	10 × 1 =	10 × 2 =	10 × 3 =	10 × 4 =	10 × 5 =	10 × 6 =	10 × 7 =	10 × 8 =	10 × 9 =	10 × 10 =

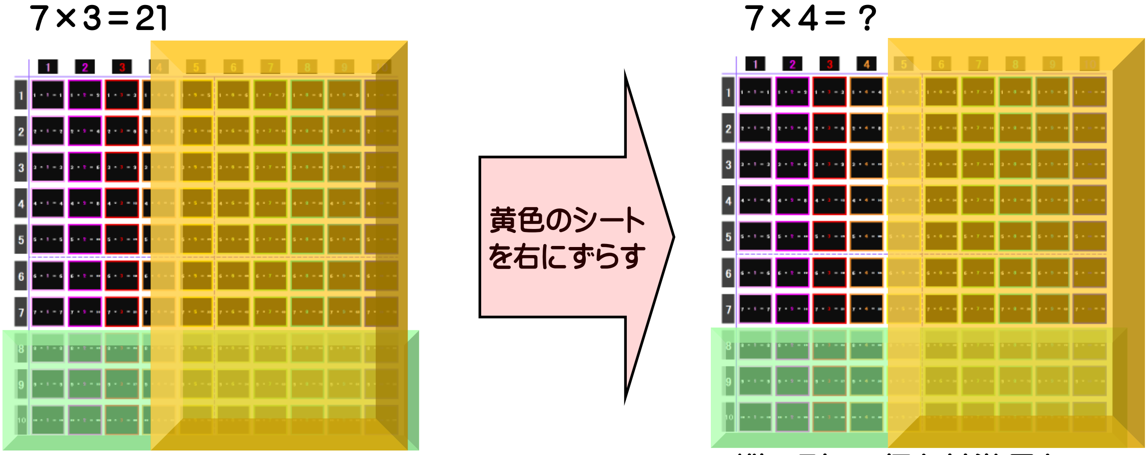
参考　アレイ図としても利用できる掛け算十十表（問題なし）

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =
2	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =
3	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =
4	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =
5	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =
6	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =
7	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =
8	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =
9	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =
10	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =	× =

アレイ図としての利用

※ アレイ（array）…配列、整列などを意味します。

7×3＝21　　　　7×4＝？



縦１列の7個を基準量とみて、
7×3の答えに7を足せばよい。

この他にも、開発教材を考えてみませんか？