

知的好奇心をくすぐる(!?)教材19

作問の工夫

『テストの点数が自分で決められる問題』

N と k は正の整数とする。

N^k の**一の位**の数を $f(N, k)$,

$g(N) = f(N, 1) + f(N, 2) + f(N, 3) + f(N, 4) + f(N, 5) + f(N, 6) + f(N, 7) + f(N, 8)$ とする。

- (1) $f(3, 4)$ の値を求めよ。
- (2) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9の8個の中の数から N の値を適当に1つ決めて、 $g(N)$ の値の**一の位**の数 m を求めよ。
ただし、その m の値を、この問(2)におけるあなたの得点とする。

自然数 n の関数 $f(n)$, $g(n)$ を、

$f(n) = n$ を7で割った余り

$$g(n) = 3f\left(\sum_{k=1}^7 k^n\right)$$

によって定める。

- (2) あなたの好きな自然数 n を1つ決めて $g(n)$ を求めよ。その $g(n)$ の値をこの設問におけるあなたの得点とする。

(1995年 京都大学・後期・文系)

この京都大学の問題は、テストの点数が自分で決められる問題という有名な問題ですが、この問題を参考にして、の問題を考えました。

の問題の答

$N = 6$ のとき、 $m = 8$ となり、8 点が得点となります。

($N = 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$ のときは、 $m = 0$ となり、0 点が得点となります。)

(1995 年 京都大学・後期・文系) の問題の答えは、

$n = 6$ のとき、 $g(6) = 18$ となり、18 点が得点となります。

$\left[\begin{array}{l} n = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ のときは、} 0 \text{ 点が得点となります。} \\ 6 \text{ の倍数のとき、} 18 \text{ 点が得点となります。} \end{array} \right]$

※ きちんとした解答は、各自で考えてください。

テストの点数が自分で決められる問題を作ってみませんか？