知的好奇心をくすぐる(!?)教材13

『視覚化する解法（空間図形編）』

「$a>0$、$b>0$、$c>0$、$a^2+b^2=c^2$ のとき、a^3+b^3 と c^3 の大小関係を調べよ。」という問題を、どのように解きますか？また、解説をしますか？

不等式の問題ととらえて式変形をして解くなどの解法が一般的であるかもしれませんが、
一辺の長さがそれぞれ a、b、c の立方体A、B、Cを、真上から見て図１のように見える置き方をして考える解法を、教具を使って解説することも考えられると思います。

図１

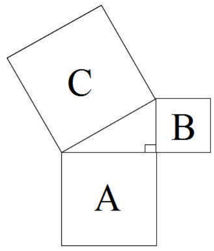
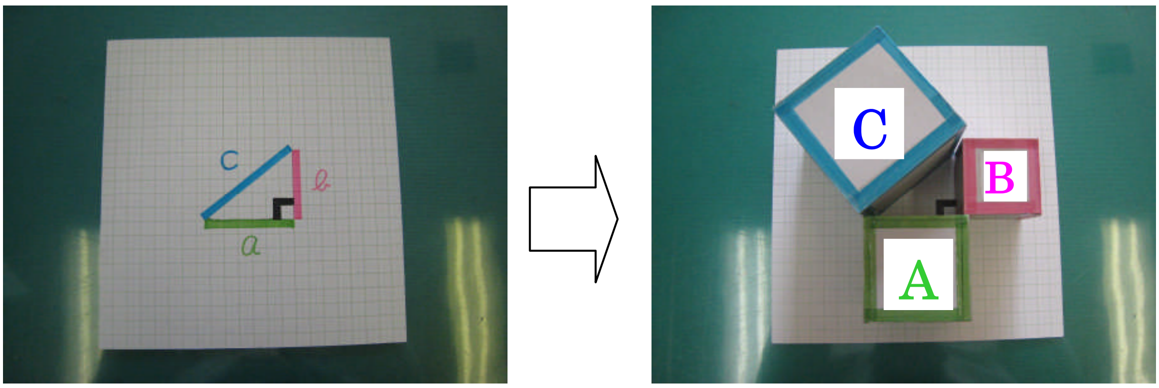


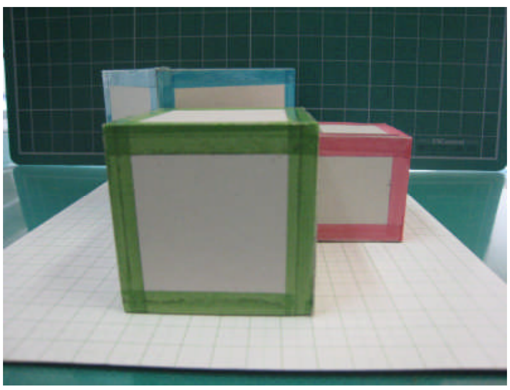
図２のように、図１の直角三角形の斜辺部分に立方体C、他辺の部分に立方体A、Bを置くと、$a^2+b^2=c^2$ より、立方体A、Bの底面積の和 a^2+b^2 と、立方体Cの底面積 c^2 は同じ。…①

図２



また、図３のように、直角三角形の斜辺 c は他辺より長いので、
立方体A、B、Cの高さ a、b、c は、$c>a$，$c>b$　…②

図３



よって、①、②、図３から、立方体Ｃの体積c^3は、立方体Ａ、Ｂの体積の
和a^3+b^3より大きいことが、視覚的に簡単にわかります。

このことを式で表現すると、

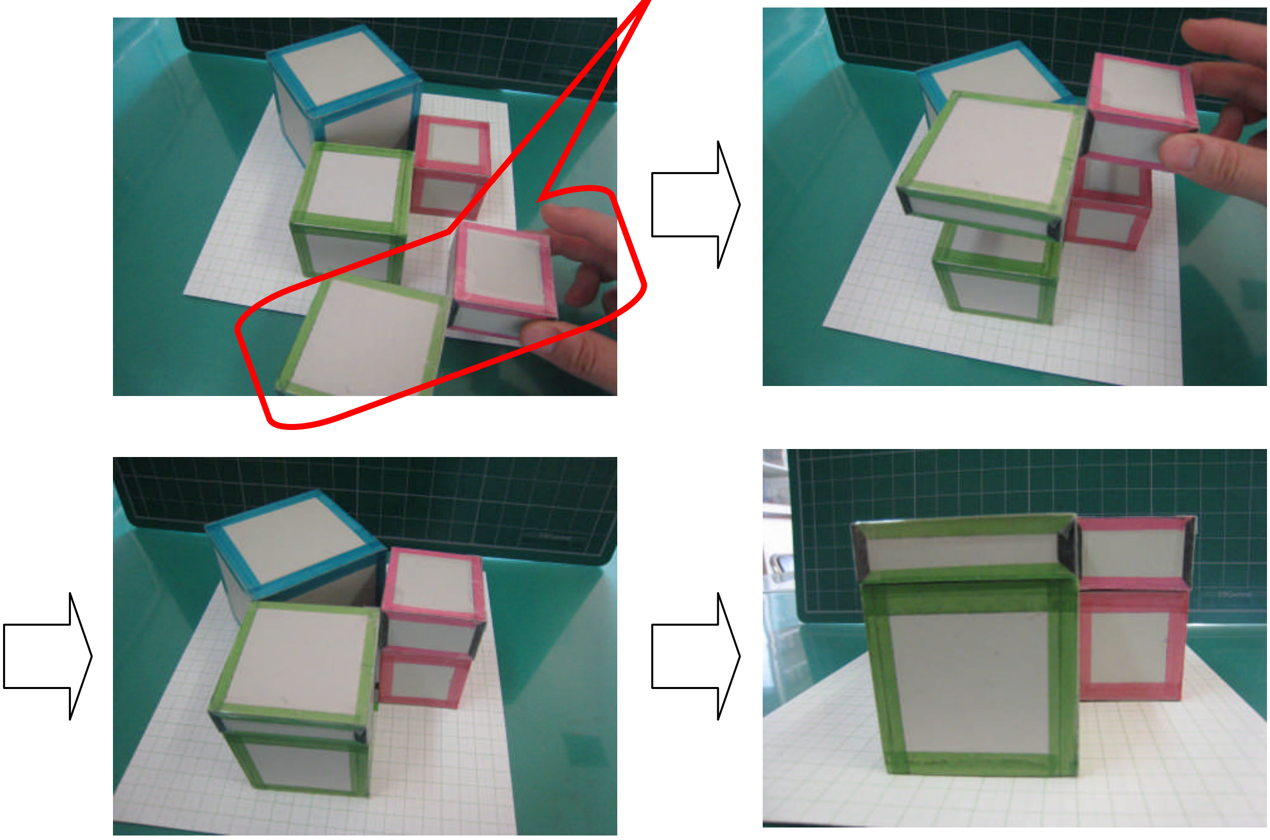
『　$a^2+b^2=c^2$ より、　$c^2 \times c = (a^2+b^2) \times c$

$\therefore \quad c^3 = a^2c + b^2c$ …………③

②より $a^2c > a^2 \times a = a^3,\ b^2c > b^2 \times b = b^3$ 　（$\because \ a^2>0, b^2>0$）なので

③から　$c^3 > a^3 + b^3$　』です。

ここで、立方体Ｃの体積c^3が、立方体Ａ、Ｂの体積の和a^3+b^3より、どれぐらい大きいのかを教具を使って視覚化します。　写真の、この立体の体積が、c^3とa^3+b^3との差になります。



この視覚化するという解法（空間図形編）を、他の先生や生徒に紹介したとき、「おもしろい！」「感動！」という言葉を聞きました。

知的好奇心をくすぐったり、感動を与えたりできるような、視覚化するという解法（空間図形編）を考えてみませんか？